

# La méthode de Hörner

Disponible sur <http://www.mathweb.fr>

Article

par  
Stéphane PASQUET

1<sup>er</sup> septembre 2018

## Introduction

Considérons un polynôme  $P$ , dont une racine est égale à  $a$ .

La méthode de HÖRNER va nous permettre de trouver les coefficients du polynôme  $Q$  tel que :

$$P(x) = (x - a)Q(x)$$

Bien entendu, il existe d'autres méthodes, comme la *division euclidienne de polynômes* ou encore la *méthode des coefficients indéterminés*, mais nous allons voir que la méthode de HÖRNER a deux avantages sur les autres : sa rapidité et le fait que l'on puisse la programmer aisément.

## Un exemple simple

Considérons le polynôme :

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x - 12$$

dont une racine évidente est  $a = 2$ .

Nous allons réfléchir à une méthode qui nous permet de trouver les coefficients de  $Q(x)$ , tel que  $P(x) = (x - 2)Q(x)$ , à l'aide d'une division euclidienne.

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -3x^3 & +7x^2 & -4x & -12 & x-2 \\ -x^4 & +2x^3 & & & & \hline \hline & -1x^3 & +7x^2 & -4x & -12 & \\ & +x^3 & -2x^2 & & & \\ \hline & & 5x^2 & -4x & -12 & \\ & & -5x^2 & +10x & & \\ \hline & & & 6x & -12 & \\ & & & -6x & +12 & \\ \hline & & & & & 0 \end{array}$$

On peut alors remarquer que :

- $-1 = -3 + 2 \times 2$
- $5 = 7 + 2 \times (-1)$
- $6 = -4 + 2 \times 5$

## Généralisation

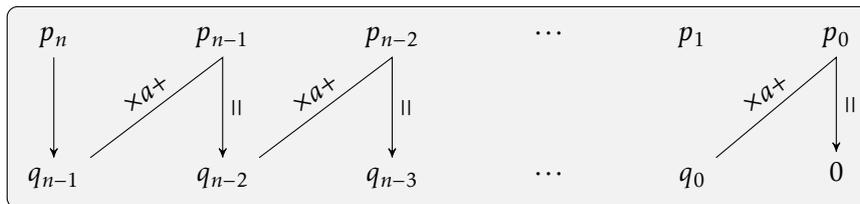
Posons  $P(x) = \sum_{k \leq n} p_k x^k$ ,  $Q(x) = \sum_{k < n} q_k x^k$  et  $a$  une racine de  $P$ .

D'après le raisonnement précédent, on peut écrire :

$$\begin{cases} q_{n-1} = p_n \\ q_k = p_{k+1} + a q_{k+1} \quad \forall 0 \leq k < n \end{cases}$$

## Schématisation

On schématise l'algorithme de HÖRNER à l'aide d'un tableau :

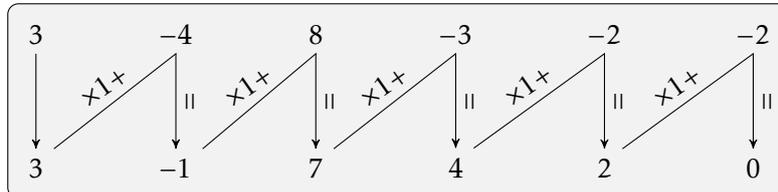


## Application

Soit :

$$P(x) = 3x^5 - 4x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 2x - 2.$$

Une racine de  $P$  est  $a = 1$  d'où :



D'où :

$$P(x) = (x - 1)(3x^4 - x^3 + 7x^2 + 4x + 2).$$

## Algorithme

### Algorithme 1: Méthode de Hörner

#### Entrées

- Nombre entier  $n$  (degré du polynôme  $P$ )
- Liste  $P$  (coefficients dans le polynôme  $P$ )
- Nombre réel  $a$  (racine du polynôme  $P$ )

#### Traitement

- $P[n] \rightarrow Q[n-1]$
- Pour  $i$  allant de  $n-2$  à  $0$ 
  - $P[i+1] + a \cdot Q[i+1] \rightarrow Q[i]$

Fin du Pour

#### Sortie

- Afficher  $Q$

## Programme Python

```
n = int(input("Degré du polynôme : "))
a = float(input("Racine du polynôme : "))
p = (n+1)*[0]
for i in range(0,n+1):
    print("Coefficient de x^",i," : ")
    p[i]=float(input());

q = n*[0]
q[n-1] = p[n]
j = n-2
while j > -1:
    q[j] = p[j+1]+a*q[j+1]
    j=j-1

for i in range(0,n):
    print("Coefficient de x^",i," : ",q[i],end='\n')
```